Index No. [ ]

Medium **SINHALA**

SRI LANKAN MATHEMATICS COMPETITION 13 - 2019

September 28, 2019
10:30 am – 12 noon

This question paper has **30 multiple choice questions**. The duration of this competition is **90 minutes**. **Answer all questions**. Please read the questions carefully and **fill in the correct lettered circle (only one) against the correct question number in the given answer sheet**. Note that no responses get at least two points while incorrect responses receive zero points. **Please write your index number in the box provided at the top right corner of your question paper**.

Scoring System for the Sri Lankan Mathematics Competition 13

Questions 1 to 10: 5 points for correct response, 2 points for no response, and 0 points for incorrect response.

Questions 11 to 20: 6 points for correct response, 2 points for no response, and 0 points for incorrect response.

Questions 21 to 30: 8 points for correct response, 3 points for no response, and 0 points for incorrect response.

Sri Lanka Olympiad Mathematics Foundation

1. සුපිරි වෙළඳසැලක අඹ ගෙඩි අඩංගු පෙට්ටි 50ක් ඇත. සෑම පෙට්ටියකම අඹ ගෙඩි 50ත් 60ත් (50ත් 60 ත් ඇතුලුව) අතර ගණනක් ඇත. එකිනෙකට සමාන අඹ ගණනක් අඩංගු පෙට්ටි අවම වශයෙන් n ගණනක් පවතින පරිදි n ට ගත හැකි විශාලතම අගය කුමක්ද?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

2. සරත්, අබ්දුල්, කමල්, සංජීව සහ අන්වර් සිංහල හා දෙමළ අලුත් අවුරුදු උත්සවයක පා පැදි තරගයකට සහභාගී වූහ. හැනා, මීනා, කමලා සහ සූසන් තරගය පටන් ගැනීමට පෙර පහත ප්‍රකාශ කරන ලදී:

හැනා: සරත් හෝ අබ්දුල් ජය ගනී.
කමලා: සංජීව හෝ අන්වර් ජය ගනී.
මීනා: සරත් හෝ සංජීව ජය ගනී.
සූසන්: සංජීව හෝ අබ්දුල් ජය ගනී.
තරගය අවසානයේ එක් අයෙකුගේ ප්‍රකාශයක් පමණක් සත්‍ය විය. තරගය ජය ගත්තේ කවුරුන්ද?

(A) සරත් (B) අබ්දුල් (C) කමල් (D) සංජීව (E) අන්වර්

3. පුංචි නිමල්ට රතු, නිල්, කොළ සහ කහ පැහැති තොප්පි හතරක් ඔහුගේ මිතුරන් සිව් දෙනෙකු වූ කමල්, සංජීව, අන්වර් සහ හැනා අතර බෙදා දීමට අවශ්‍ය විය. රතු, නිල්, කොළ සහ කහ යනු පිළිවෙලින් කමල්, සංජීව, අන්වර් සහ හැනාගේ ප්‍රියතම වර්ණයන් වේ. එක් අයෙකුට පමණක් තමාගේ ප්‍රියතම වර්ණය ලැබෙන පරිදි නිමල්ට තොප්පි බෙදා දිය හැකි ක්‍රම ගණන කීයද?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 8

4. පහත ප්‍රකාශ සලකන්න:
සියළු ගණිතඥයෝ රතු වර්ණයට කැමැත්තක් දක්වති.
කිසිදු දේශපාලනඥයෙකු තාර්කික නොවේ.
තාර්කික නොවන පුද්ගලයෝ රතු වර්ණයට කැමත්තක් නොදක්වති.
පහත ප්‍රකාශ අතුරින් සත්‍ය ප්‍රකාශය/ප්‍රකාශ වන්නේ?

I. දේශපාලනඥයෝ රතු වර්ණයට කැමැත්තක් නොදක්වති.
II. සමහර දේශපාලනඥයෝ රතු වර්ණයට කැමැත්තක් දක්වති.
III. තාර්කික නොවන පුද්ගලයෝ ගණිතඥයින් නොවෙති.

(A) I පමණි (B) II පමණි (C) III පමණි (D) I සහ III පමණි (E) II සහ III පමණි

5. යාබද කොටු දෙකක් (එක් කොටුවකට ඉහළට, පහළට, දකුණට, වමට හා විකර්ණව තිබිය හැකි උපරිම යාබද කොටු ගණන 8 කි.) තිරස්ව, සිරස්ව සහ/හෝ විකර්ණව පහතට යා කරන රේඛා ඛණ්ඩ කිහිපයකින් පෙතක් සමන්විත වේ. S අඩංගු කොටුවකින් ආරම්භ කර පිළිවෙලින් S, L, M, C හා 13 අඩංගු කොටු 5 ක් හරහා පමණක් ගමන් කරන 13 අඩංගු කොටුවකින් අවසන් වන එකිනෙකට වෙනස් පෙත් කීයක් වේද?

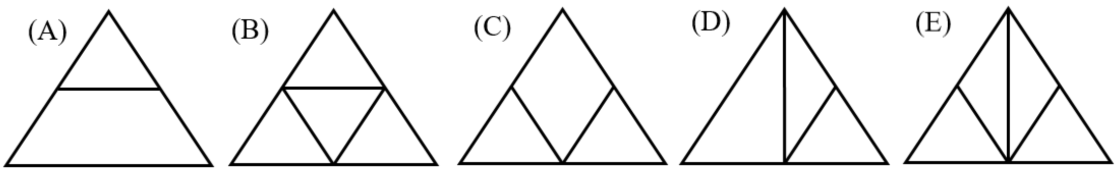
S	L	M	C	13
L	L	M	C	13
M	M	M	C	13
C	C	C	C	13
13	13	13	13	13

(A) 45 (B) 48 (C) 50 (D) 52 (E) 69

6. a හා b ධන තාත්වික සංඛ්‍යා සඳහා, $a \otimes b = \frac{a \times b}{a+b}$ ලෙස ($\times$ හා $+$ යනු පිළිවෙලින් සමාන්‍ය ගුණකිරීම හා එකතුකිරීම වේ.) අර්ථ දැක්වේ. $a \otimes b = 1$ යන්න සපුරාලන (a,b) නිඛිල යුගල ගණන කොපමණද?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

7. පහත රූප සටහන් අතුරින් පැන්සල ඉවත්නොකරමින් හා එකම සරල රේඛා ඛණ්ඩය මතින් නැවත ගමන් නොකරමින් ඇඳිය නොහැක්කේ කුමක්ද?



8. සරත් සහ මීනා මාරුවෙන් මාරුවට ක්‍රීඩාවක යෙදෙන්නේ එම අවස්ථාවේ ඇති ධන නිඛිලයට, ඊට වඩා අඩු ධන නිඛිලයක් එකතු කර නව ධන නිඛිලයක් ලබාගනිමිනි. ඔවුහු ක්‍රීඩාව 2 න් පටන් ගනිති. ප්‍රථමයෙන් 100 ට ළඟා වන ක්‍රීඩකයා තරඟය දිනයි. පහත ප්‍රකාශවලින් කුමක්/කුමන ඒවා සත්‍ය වේ ද?

I. මුලින්ම තරඟ කරන ක්‍රීඩකයාට තරඟය දිනීමේ උපායක් ඇත.
II. මුලින් තරඟ කරන ක්‍රීඩකයා සැමවිටම 5 වන වාරයේදී දිනයි.
III. තරඟය 3 න් පටන් ගන්නේ නම් දෙවනුව තරඟ කරන ක්‍රීඩකයාට තරඟය දිනීමේ උපායක් ඇත.

(A) I පමණි (B) II පමණි (C) III පමණි (D) I සහ III පමණි (E) සියල්ලම

9. A යනු පූර්ණ වර්ග සහ 12 ගුණාකාර සියල්ලගෙන් සමන්විත වන ධන නිඛිල සමූහයයි. පහත ප්‍රකාශවලින් කුමක්/කුමන ඒවා සත්‍ය වේ ද?

I. A හි අඩංගු සංඛ්‍යා ගණන අපරිමිත වේ.
II. ඉලක්කම්වල එකතුව 9 වන සංඛ්‍යාංක A හි අඩංගු වේ.
III. ඉලක්කම්වල එකතුව 18 වන සංඛ්‍යාංක A හි අඩංගු වේ.

(A) I පමණි (B) II පමණි (C) III පමණි (D) II සහ III පමණි (E) සියල්ලම

10. පහත එකතුකිරීමේ ගැටළුවෙහි වෙනස් අකුරු වෙනස් සංඛ්‍යාංක ගන්නා අතර කිසිදු අකුරක් 8 නොගනී.

$$\begin{array}{r} SLMC8 \\ + \quad IS \\ \hline SUPER \end{array}$$

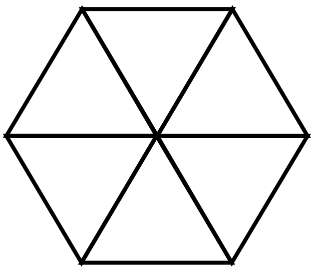
$SUPER$ යන්නට ගතහැකි විශාලතම අගයෙහි සංඛ්‍යාංකවල එකතුව වනුයේ?

(A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18 (E) 19

11. $a_1, a_2, a_3, \ldots$ යන සංඛ්‍යා අනුක්‍රමය, $a_1 = \frac{1}{4}$ සහ $n \geq 1$ සඳහා $a_{n+1} = \frac{1}{2-a_n}$ මගින් දෙනු ලබන්නේ නම්, a_{2019} හි අගය වනුයේ?

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{4}{7}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{6055}{6058}$ (E) $\frac{6058}{6061}$

12. පාදයක දිග 1ක් වූ සමපාද ත්‍රිකෝණ 6ක් භාවිතා කර පහත දැක්වෙන පරිදි පාදයක දිග 1ක් වූ සවිධි ෂඩස්‍රයක් සෑදිය හැක:



පාදයක දිග 3ක් වූ සවිධි ෂඩස්‍රයක් සෑදීමට පාදයක දිග 1ක් වූ සමපාද ත්‍රිකෝණ කොපමණ අවශ්‍යද?

(A) 48 (B) 54 (C) 60 (D) 62 (E) 64

13. 6 වන ප්‍රශ්නයේදී හඳුන්වාදෙන ලද ගණිත කර්මය සලකන්න: ධන තාත්වික a සහ b සඳහා, $a \otimes b = \frac{a \times b}{a+b}$ අර්ථ දැක්වේ. (මෙහි $\times, +$ යනු පිළිවෙලින් සාමාන්‍ය ගුණකිරීම සහ එකතු කිරීම වේ.). පහත ප්‍රකාශ වලින් කුමක්/කුමන ඒවා සත්‍ය වේද?

I. සියලුම ධන තාත්වික a සහ b සඳහා, $a \otimes b = b \otimes a$.

II. සියලුම ධන තාත්වික a, b සහ c සඳහා, $(a \otimes b) \otimes c = a \otimes (b \otimes c)$.

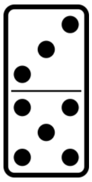
III. සියලුම ධන තාත්වික a, b සහ c සඳහා, $a \otimes (b+c) = a \otimes b + a \otimes c$.

(A) I පමණි (B) II පමණි (C) III පමණි (D) I සහ II පමණි (E) සියල්ලම

14. $15x + 6y = 2019$ යන සමීකරණයට ධන නිඛිලමය විසඳුම් කීයක් පවතීද?

(A) 67 (B) 68 (C) 134 (D) 135 (E) 2019

15. ඩොමිනෝවක් යනු එක් මුහුණතක් සමචතුරස්‍ර දෙකකට බෙදා ඇති තුනී සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ලී කැබැල්ලකි. සෑම සමචතුරස්‍රයක්ම හිස්ව හෝ 1 ත් හා 6 ත් ඇතුළුව 1 හා 6 අතර තිත් ගණනකින් සමන්විත වේ. පහත රූපය බලන්න.



ඩොමිනෝවක සෑම සමචතුරස්‍රයක්ම හිස් හෝ 1 ත් හා 9 ත් ඇතුළුව තිත් 1 හා 9 අතර ගණනක් තිබේ නම් සහ තිත්වල රටාව අදාල නොවේ නම් එකිනෙකට වෙනස් ඩොමිනෝ කීයක් තිබේද?

(A) 50 (B) 55 (C) 60 (D) 65 (E) 70

16. සාධාරණ දාදු කැටයක් තෙවරක් උඩ දමන ලදී. 4 හෝ ඊට අඩු අගයක් අවම වශයෙන් දෙවාරයකදී ලැබීමේ සම්භාවිතාව කුමක්ද?

(A) $\frac{8}{27}$ (B) $\frac{12}{27}$ (C) $\frac{13}{27}$ (D) $\frac{20}{27}$ (E) $\frac{21}{27}$

17. "සෑම ශ්‍රී ලාංකිකයෙකුම බොරුකාරයකු හෝ රැවටෙනසුළු පුද්ගලයකු වේ." යන ප්‍රකාශය ශ්‍රී ලාංකිකයෙකු විසින් කර ඇතැයි ද බොරුකාරයකු සෑම විටම බොරු කියතැයිද සිතමු. පහත සඳහන් ප්‍රකාශ අතුරින් කුමක්/කුමන ඒවා සත්‍ය වේද?

I. එම ප්‍රකාශය සත්‍ය නම් එම ප්‍රකාශය කළ පුද්ගලයා රැවටෙනසුළු පුද්ගලයෙක්ය.

II. එම ප්‍රකාශය සත්‍ය නම් එම ප්‍රකාශය කළ පුද්ගලයා රැවටෙනසුළු පුද්ගලයෙක් නොවේ.

III. එම ප්‍රකාශය අසත්‍ය නම්, අවම වශයෙන් බොරුකාරයෙකු හා රැවටිලිකාර නොවන එක් අයෙකු සිටී.

(A) I පමණි (B) II පමණි (C) III පමණි
(D) I සහ III පමණි (E) II සහ III පමණි

18. 655, 1156 හා 1490 යන සංඛ්‍යා සියල්ලම d යන ධන නිඛිලයෙන් බෙදූ විට ලැබෙන්නේ r නම් එකම ධන නිඛිල ශේෂයකි. $d-r$ හි අගය කුමක් ද?

(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

19. $(\sqrt{2019}+\sqrt{2020})^2$ යන සංඛ්‍යාවට වඩා විශාල කුඩාතම නිඛිලය වන්නේ?

(A) 8077 (B) 8078 (C) 8079 (D) 8080 (E) 8081

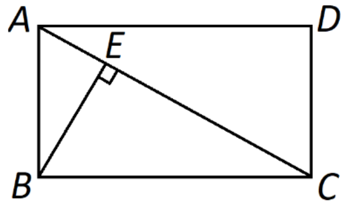
20. පහත එකතුකිරීමේ ගැටළුවෙහි වෙනස් අකුරු වෙනස් සංඛ්‍යාංක ගන්නා අතර කිසිදු අකුරක් 1 නොගනී.

$$\begin{array}{rrrrr} & S & L & M & C \\ & & & 1 & 1 \\ + & & & I & S \\ \hline & N & E & A & T \end{array}$$

$NEAT$ යන්නට ගතහැකි විශාලතම අගයෙහි සංඛ්‍යාංක වල එකතුව වනුයේ?

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 16

21. $ABCD$ යනු සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන අතර $AB=15$, $AD=20$ සහ BE රේඛා ඛණ්ඩය AC රේඛා ඛණ්ඩයට ලම්භක වේ. ABE හි වර්ගඵලය : $ABCD$ හි වර්ගඵලය යන අනුපාතය කුමක්ද?



(A) 9 : 16 (B) 9 : 25 (C) 12 : 25 (D) 16 : 25 (E) 9 : 50

22. ටෙනිස් තරඟාවලියකදී ක්‍රීඩකයින් හා ක්‍රීඩිකාවන් අතර අනුපාතය 3 : 1 වන අතර සෑම ක්‍රීඩක ක්‍රීඩිකාවක්ම අනෙක් සියලු ක්‍රීඩක ක්‍රීඩිකාවන් සමඟ එක්වරක් හෝ ක්‍රීඩා කරයි. කිසිදු තරඟයක් ජයපරාජයෙන් තොරව අවසන් නොවුනු අතර ක්‍රීඩකයින් විසින් දිනන ලද තරඟ හා ක්‍රීඩිකාවන් විසින් දිනන ලද තරඟ අතර අනුපාතය 3 : 2 විය. තරඟාවලියේ ක්‍රීඩා කරන ලද ක්‍රීඩක ක්‍රීඩිකාවන් ගණන 42 හා 58 අතර නම් එම ගණන කොපමණද?

(A) 44 (B) 48 (C) 52 (D) 56 (E) 57

23. ධන නිඛිල අනුක්‍රමයෙන් පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යා සහ පූර්ණ ඝණ සංඛ්‍යා ඉවත් කල පසු ලැබෙන ආරෝහණ පිළිවෙලට ඇති සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයේ 2019 වෙනි පදය කුමක්ද?

(A) 2070 (B) 2071 (C) 2072 (D) 2073 (E) 2074

24. $\dfrac{\sqrt{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{2}+\sqrt{10}}$ යන සංඛ්‍යාවට සමාන භාගය වන්නේ?

(A) $\dfrac{1}{4}$ (B) $\dfrac{1}{2}$ (C) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ (E) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

25. සියලු ධන නිඛිල n සඳහා $f(n)$ නම් අනන්‍ය වූ නිඛිලයක් පවතින්නේ,
(a) සියලු ධන නිඛිල n සඳහා $f(n+2019) \geq f(n)+2019$,
(b) සියලු ධන නිඛිල n සඳහා $f(n+1) \leq f(n)+1$ සහ
(c) $f(1)=10$ වන පරිදි වේ.
$f(2019)$ හි අගය කුමක්ද?

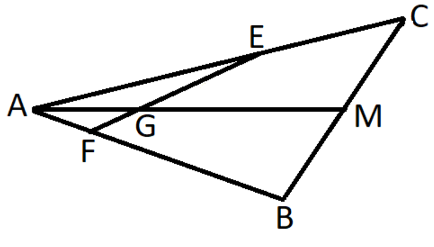
(A) 2019 (B) 2020 (C) 2021 (D) 2027 (E) 2028

26. a, b සහ c ධන නිඛිලයන්, $13a^2-3ab+7c^2=0$ සමීකරණය සපුරාලන්නේ නම් පහත සඳහන් කුමක්/කුමන ඒවා සත්‍ය වේද?(සටහන: gcd(a,b) යනු a සහ b ගේ මහා පොදු සාධකයයි.)

I. $\gcd(a,b)$ 3න් බෙදේ.
II. $\gcd(a,c)$ 3න් බෙදේ.
III. $\gcd(a,b) . \gcd(b,c) . \gcd(c,a)$ 3ට සමාන වේ.

(A) I පමණි (B) II පමණි (C) III පමණි
(D) I සහ III පමණි (E) II සහ III පමණි

27. පහත රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ M යනු BC පාදයෙහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයයි.



$AE : AF = 4 : 1$ නම් $EG : GF$ කුමක් ද?

(A) 2 : 1 (B) 3 : 1 (C) 4 : 1 (D) 3 : 2 (E) 3 : 4

28. රවුන්ඩ් රොබින් ක්‍රමයට (සෑම තරඟකරුවකුම අනෙක් සෑම තරඟකරුවකු සමග එක් තරඟයකට පමණක් සහභාගී වන පරිදි) පැවත්වෙන චෙස් තරඟාවලියකට තරඟකරුවන් 10 දෙනෙක් සහභාගි වූහ. මෙම තරඟාවලියේදී ජය, ජය පරාජයෙන් තොරව අවසන් වීම සහ පරාජය සඳහා පිළිවෙලින් ලකුණු $1, 0$ හා -1 බැගින් ලබා දෙන ලදී. තරඟාවලිය අවසානයේදී සියලු තරඟකරුවන් ලබාගත් මුළු ලකුණු සංඛ්‍යාවන් එකිනෙකට වෙනස් නම් ජය පරාජයෙන් තොරව අවසන් නොවූ තරඟ ප්‍රතිශතය කුමක්ද?

(A) 5% වඩා අඩු වේ.
(B) 6% හා 10%. හා අතර වේ
(C) 11% හා 15%. අතර වේ
(D) 16% හා 29% අතර වේ
(E) 30% වඩා වැඩි වේ.

29. බොරුකාරයන්ගේ දේශයේ තේ පක්ෂයේ (*Tea Party*) ක්‍රියාකාරී කමිටුව A, B හා C නම් උපකමිටු 3කින් සමන්විත වේ. ක්‍රියාකාරී කමිටුවේ සාමාජිකයෙකුට උපකමිටු එකක පමණක් සාමාජිකයෙකු විය හැක. මැතිවරණ සමයක දී උපකමිටු දෙකකින් එකකින් එක් සාමාජිකයකු බැගින් ඉවත් කර ඉතිරි උපකමිටුවට සාමාජිකයකු පත් කිරීමේ ක්‍රියාවලිය සිදු කරනු ලැබේ. x_n, y_n හා z_n යනු පිළිවෙලින් $n \geq 0$ සඳහා n වතාවක් ඉහත ක්‍රියාවලිය සිදු කිරීමෙන් අනතුරුව A, B හා C උපකමිටුවල සාමාජික සංඛ්‍යාවන් වන අතර $n = 0$ අවස්ථාව එම ක්‍රියාවලි ආරම්භයට පෙර උප කමිටුවල සාමාජික සංඛ්‍යාවන් නිරූපණය කරයි. එම ක්‍රියාවලියට අනුව උපකමිටුවල සාමාජික සංඛ්‍යාවන් වෙනස් වීම පිළිබඳව පහත ප්‍රකාශ වලින් කුමක්/කුමන ඒවා සත්‍ය වේද?

I. $(x_0, y_0, z_0) = (45, 24, 30)$ නම් කිසියම් n සඳහා $x_n = z_n$ වේ.
II. $(x_0, y_0, z_0) = (49, 29, 21)$ නම් කිසියම් n සඳහා $x_n = y_n = z_n = 21$ වේ.
III. $(x_0, y_0, z_0) = (49, 29, 21)$, නම් කිසියම් n සඳහා $(x_n, y_n, z_n) = (43, 33, 19)$ වේ.

(A) I පමණි (B) I සහ II පමණි (C) I සහ III පමණි
(D) II සහ III පමණි (E) සියල්ලම

30. a_n මගින් දිග n වන සහ SLMC අකුරු අඩංගු වන පරිදි වූ ඉංග්‍රීසි කැපිටල් අකුරු අනුක්‍රම ගණන දැක්වේ. උදාහරණයක් ලෙස SLMCISGREAT යන්න දිග 11ක් වූ SLMC අඩංගු වන අකුරු අනුක්‍රමයක් වන අතර SRILANKANMATHEMATICSCOMPETITION යන්න දිග 31ක් වූ SLMC අඩංගු නොවන අකුරු අනුක්‍රමයකි. පැහැදිලිවම $a_1 = a_2 = a_3 = 0$ වේ. පහත ඒවායින් කුමක්/ කුමන ඒවා සත්‍ය වේද?

I. $a_6 = 3 \times 26^2$.
II. $n \geq 5$ සඳහා $a_n = 26a_{n-1} + 26^{n-4}$.
III. $n \geq 5$ සඳහා $a_n = 26a_{n-1} - a_{n-4} + 26^{n-4}$.

(A) I පමණි (B) II පමණි (C) III පමණි
(D) I සහ II පමණි (E) I සහ III පමණි

Thank you very much for your participation in the Sri Lankan Mathematics Competition SLMC 13 - 2019. Your score on this competition will be posted against your index number in www.slmathsolympiad.org. In this competition we have tried to showcase mathematics by posing puzzle type problems covering various areas of mathematics. Though the problems require very little knowledge of mathematics, not more than a Year 6 student's basic mathematics knowledge, some problems might require the mathematical maturity of a student in a higher grade. We hope that this kind of problems will stimulate your interest in mathematics beyond classroom mathematics. If you didn't do too well, don't be discouraged! You may have great mathematical talent, but it requires nurturing!! You have to learn problem solving strategies. Solve math problems for fun. Doing mathematics outside the school curriculum box will greatly improve your school mathematics.

As you know doing these problems in the exam hall under the pressure of time is difficult. This way may not bring the best in you. We hope that you will leisurely do and think about these problems after the competition. Looking back at the problems you solved and reflecting on them will improve your mathematical thinking. Some of these problems have deep mathematical ideas in them. History shows us that some mathematical ideas we have to learn in school evolved through long periods of time baffling the greatest mathematical minds in those times. For example negative numbers. Leo Rogers says at http://nrich.maths.org/5961:

"Although the first set of rules for dealing with negative numbers was stated in the 7th century by the Indian mathematician Brahmagupta, it is surprising that in 1758 the British mathematician Francis Maseres was claiming that negative numbers "... darken the very whole doctrines of the equations and make dark of the things which are in their nature excessively obvious and simple".

Read that article. Mathematics is a beautiful subject. But to see the beauty you have to engage in good mathematics. We hope that this competition will help you to see the beauty in mathematics.

For any comments/suggestions: info@slmathsolympiad.org